Revisión Mutua de Creencias: Aplicación a Bases de Conocimiento.

Lic. Eduardo Leopoldo Fermé
Lic. Osvaldo Omar González

G. I. D. I. A.
Grupo de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Artificial

Dpto. Computación.
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Av. Güiraldes S/N (1428)
Ciudad Universitaria
Buenos Aires - Argentina

e-mail:
ferme@zorzal.edu.ar
osvaldo@dcfcen.edu.ar

Compendio

Se propone un modelo de Revisión de Creencias, llamado de Revisión Mutua, basado en el modelo AGM. Se proponen funciones de revisión para bases de conocimiento que cumplan los postulados RM y se muestran distintos resultados teóricos de interés.

Palabras claves:

IA y Cambio de Creencias, Base de Conocimiento, Modelo AGM, Atrincheramiento Epistémico.

I INTRODUCCION.

Veamos el siguiente ejemplo:[13]

- Juan le dice a Pedro: yo he nacido en Puerto Carreño.
- José le dice a Pedro: yo he nacido en Puerto Ayacucho.
- Marcelo le dice a Pedro: Juan y José son compatriotas.

Un día Pedro, consultando un Atlas ve, para su sorpresa que Puerto Carreño queda en Colombia y Puerto Ayacucho queda en Venezuela. Pedro entonces debe revisar sus creencias, ya que estas envuelven una inconsistencia. Esta historia nos muestra un diario ejemplo de "Revisión de Creencias", causada por una nueva información que contradice las creencias aceptadas hasta ese momento por una persona (o estado de creencias).

Las distintas teorías de Cambio de Creencia (entre ellas el modelo AGM) buscan modelizar estos cambios.

I.A El modelo AGM. [2, 3, 4, 5, 9, 14].

Representa un estado epistémico como un conjunto de creencias (c.c.) K, cerrado por consecuencia lógica. Presupone un lenguaje $\mathbb{L}$, en el cual se representan las sentencias de K. Reconoce tres cambios posibles La expansión (agregado de nueva información), la contracción (eliminar nueva información) y la revisión (información nueva que contradice la existente).

I.A.1 Postulados de Revisión.

Llamamos a una función de revisión $*$ de $K \times \mathbb{L}$ en K, tal que K^*_A denota la revisión de K por A.

(K^*_1) K^*_A es un c.c.

(K^*_2) $A \in K^*_A$

(K^*_3) $K^*_A \subseteq K^+_A$

(K^*_4) Si $\neg A \notin K$, entonces $K^+_A \subseteq K^*_A$

(K^*_5) $K^*_A = K_\perp$ sii $\vdash \neg A$

(K^*_6) Si $\vdash A \Leftrightarrow B$, entonces $K^*_A = K^*_B$

I.A.2 Relación entre Contracción y Revisión.

Sean "+" una función de expansión y "-" de contracción, ambas de $K \times \mathbb{L}$ en K, cumplen los postulados respectivos de expansión y contracción [2,3,16]. Es posible definir contracción en términos de revisión y viceversa , tal cual lo ilustran las siguientes fórmulas de Levi y Harper, respectivamente:

$$(\text{Def } *) \quad K^*_A = (K^-_{\neg A})^+_A \qquad\qquad (\text{Def } -) \quad K^-_A = K \cap K^*_{\neg A}$$

II MOTIVACION DEL TRABAJO.

II.A Discrepancias con AGM.

La existencia del postulado K^*_2 trae implícita una primacía de la nueva información por sobre la ya existente. Esto nos resulta antiintuitivo, ya que no es lo usual en entes racionales; quienes en la realidad tienden generalmente a hacer una evaluación del nuevo conocimiento y, eventualmente, podrían llegar a rechazarlo total o parcialmente. En estos casos AGM no es aplicable.

III REVISION MUTUA (RM).

III.A Postulados Básicos

Sea K un c.c., μ una sentencia del lenguaje $\mathbb{L}$. Si RM() es una función de $\mathbb{K} \times \mathbb{L}$ en $\mathbb{K}$, donde $\mathbb{K}$ es un conjunto de conjuntos de creencias , entonces $RM(K,\mu)$ denota la revisión mútua entre K y μ.

En el primer postulado requerimos:

RM(1) $RM(K,\mu)$ es un c.c.

Antes de continuar con la enunciación, definiremos:

Sea X una sentencia del lenguaje $\mathbb{L}$, entonces el conjunto VAR(X) es el que se forma con todas las variables proposicionales que aparecen en X. Definimos consecuencias debilitadas de X, Cd(X), de la siguiente manera:

$$Cd(X) = \{\ A \in \mathbb{L}\ /\ A \in Cn(X) \text{ y } VAR(A) \subseteq VAR(X)\ \}$$

Exigiremos que cualquier porción del nuevo comocimiento, representada por una fórmula $A \in Cd(\mu)$, sea aceptada o rechazada en la Revisión Mutua.[1]

---

1 Este postulado es un claro debilitamiento de K^*_2 de AGM. En RM el imput es también "revisado".

RM(2) Si $A \in Cd(\mu) \Rightarrow A \in RM(K,\mu)$ o $\neg A \in RM(K,\mu)$

Un corolario de este postulado es el siguiente:

$$\mu \in RM(K,\mu) \vee \neg\mu \in RM(K,\mu)$$

que nos muestra que dada una entrada epistémica μ, podemos aceptarla o rechazarla, pero no permanecer indiferentes.

Si μ no contradice las creencias de K (esto es $\neg\mu \notin K$), la revisión es equivalente a la expansión. Esto viene expresado en los siguientes postulados:

RM(3) $RM(K,\mu) \subseteq K^{+}_{\mu}$

RM(4) Si $\neg\mu \notin K \Rightarrow K^{+}_{\mu} \subseteq RM(K,\mu)$

El quinto postulado plantea en que casos la revisión mutua dará como resultado el conjunto inconsistente

RM(5) Si $RM(K,\mu) = \perp$ entonces o bien $\vdash \neg\mu$
o bien $K = K_{\perp}$

Es importante destacar que esta condición es necesaria, pero no suficiente; ya que puede ocurrir que $K = K_{\perp}$, $\vdash \neg\mu$ y, sin embargo $RM(K,\mu) \neq K_{\perp}$.

El sexto postulado nos habla de la independencia de la sintaxis. Formalmente:

RM(6) Si $\vdash \mu \Leftrightarrow \sigma$ y $VAR(\mu) = VAR(\sigma)$ entonces $RM(K,\mu) = RM(K,\sigma)$.

III.B Epistemic Entrenchment para RM. (EE-RM)

Basados en las ideas originales de EE para AGM [2, 5, 9], definiremos un orden epistémico para las sentencias del conjunto $K \cup Cd(\mu)$.

El primer postulado requiere que $\leq$ satisfaga el mínimo requerimiento de una relación de orden:

EE-RM 1 (Transitividad)

Para todo A, B, C si $A \leq B$ y $B \leq C$ entonces $A \leq C$

La segunda condición será la existencia de una sentencia cuyo atrincheramiento epistémico sea mayor que el del resto. Se verá la importancia de este postulado al construir funciones de RM usando EE-RM.

EE-RM 2 (Existencia de supremo)

$\exists$ B $\in$ K $\cup$ Cd(μ) tq. B > A $\forall$ A $\in$ K $\cup$ Cd(μ)

De este postulado se desprende la siguiente propiedad:

Sea B el elemento supremo descripto en EE-RM 2; luego:

Si $\vdash \neg$ B, entonces RM(K,μ) = $\perp$

El tercer postulado plantea lo siguiente:

EE-RM 3 (Dominancia)

Para todo A, B y A no es supremo, si A $\vdash$ B entonces A $\leq$ B

Una propiedad interesante que se desprende es la independencia de las sintáxis de las sentencias, es decir el ordenamiento es por clases de equivalencia lógica.

Formalmente:

Si $\vdash$ A $\Leftrightarrow$ B, entonces A $\leq$ B y B $\leq$ A

EE-RM 4 (Conjuntividad)

Para todo A, B ambos no supremo y B <> $\neg$ A entonces A $\leq$ A & B o B $\leq$ A & B

Este postulado nos dice que si deseamos remover durante el proceso de RM a A & B, alcanza con remover A o B y no necesariamente ambos. Es decir (a partir de EE-RM 3) que A & B tendrá el valor epistémico del menor (bajo $\leq$) entre A y B

El quinto postulado pide decidir en caso de conflicto:

EE-RM 5 (Decidibilidad)

Si A $\in$ K $\cup$ Cd(μ) y $\neg$ A $\in$ K $\cup$ Cd(μ), entonces A < $\neg$ A ó $\neg$ A < A

El último postulado nos dice que aquellas sentencias de valor epistémico más alto, a excepción del supremo serán las tautologías

EE-RM 6 (Supremacia de las tautologias)

Para todo A, B ambos no supremo entonces:

$$\text{Si } B \leq A \ \ \forall B \text{ entonces } \vdash A$$

Notar que la recíproca es cierta a partir de EE-RM 3.

III.C Construcción de funciones.

III.C.1 Función usando EE-RM.

Dado K conjunto de creencias y μ una sentencia del lenguaje $\mathbb{L}$, definimos el siguiente procedimiento de construcción:

Ordenar las proposiciones de $K \cup Cd(\mu)$, según un ordenamiento total $\leq$, tal que:

$$X_n \leq X_{n-1} \leq \ldots \leq X_1 < X_0$$

$$RM_0(K,\mu) := Cn(X_0)$$

$$RM_i(K,\mu) \begin{cases} Cn(RM_{i-1}(K,\mu) \cup \{X_i\}) & \text{si } (RM_{i-1}(K,\mu) \cup \{X_i\}) \neq \bot \\ Cn(RM_{i-1}(K,\mu)) & \text{sino.} \end{cases}$$

$$RM(K,\mu) := RM_n(K,\mu).$$

Esta función tiene el siguiente inconveniente: Si $\neg\mu \in K$ y además $\mu \in RM(K,\mu)$, entonces la revisión obtenida resulta maximal.

Esto no ocurriría si K fuera cerrado bajo Cd en lugar de bajo Cn. Esto hace que dicha función pueda ser computada, ya que los lenguajes de programación por lo general restringen la noción de Cn a Cd.

III.C.2 Identidad de Levi para RM (GENERALIZACION DE LEVI).

En I.A.2 vimos un teorema de Representación planteado por la identidad de Levi. Dicha identidad garantizaba en AGM la relación entre las funciones de contracción, expansión y revisión. Para el caso de RM, creemos necesario establecer su correlato en lo que definimos como "Generalización de Levi", la que nos caracteriza la función de Revisión Mutua en términos de la contracción y la expansión.

La Identidad de Levi para RM podríamos establecerla como sigue:

$$RML(K,\mu)=\begin{cases} K^{+}_{\mu} & \text{si } \neg\mu \notin K \\ K_{J} \quad \text{con } J= \text{máx } i & \text{si no } ; \text{ donde:} \end{cases}$$

$$K_{0}= (K^{-}_{\neg\mu})^{+}_{X_0} \qquad \text{y} \qquad X_{0}\begin{cases} \mu \text{ si } \neg\mu < \mu \\ \neg\mu \text{ si } \mu < \neg\mu \end{cases}$$

con '<' una función de orden definida para $K \cup Cn(\mu)$.

Para $i > 0$, X_i cumple:

1. $X_i \not\equiv X_n \quad n = 0,..,i-1$
2. $X_n \in Cn(\mu)$ si $\mu < \neg\mu$ ó
   $X_n \in Cn(\neg\mu)$ si $\neg\mu < \mu$
3. $\neg X_n \notin K_{n-1}$

y $\quad K_i= (K_{i-1})^{+}_{x_i}$

III.D. Teoremas de Representación y relación con AGM.

TEOREMA III.D.1

⊛ Sea P el procedimiento descripto en III.C.1, entonces existe un ordenamiento ≤ que cumple EE-RM1..EE-RM6 tal que la función $f(K,\mu)$ que surge a partir de la aplicación del procedimiento III.C.1 vía ≤, cumple con los postulados RM(1)..RM(6).

TEOREMA III.D.2

⊛ Sea $f(K,\mu)$ una función de revisión que satisface RM(1)..RM(6), y el procedimiento descripto en III.C.1 , entonces existe un ordenamiento ≤ que cumple EE-RM1..EE-RM6 tal que f es representada por el procedimiento vía ese ordenamiento.

TEOREMA III.D.3

⊛ Sean '-' y '+' funciones de contracción y expansión. Entonces, si '-' cumple los postulados $K^{-}_{1}..K^{-}_{6}$ y '+' cumple $K^{+}_{1}..K^{+}_{6}$ de AGM, la función RML(K,μ) planteada a partir de la identidad de Levi de III.C.2 cumple los postulados RM(1)..RM(6).

TEOREMA III.D.4

⊗ Toda función de revisión f(K,μ) que satisface $K_1^* - K_6^*$ de AGM es una función de RM que satisface RM(1)-RM(6).

III.E. ALGORITMOS COMPUTACIONALES

Dado el carácter algorítmico de las funciones descriptas, resulta fácil construir a partir de ellas un algoritmo computacional. Algunos ejemplos pueden verse en [17].

IV CONCLUSIONES

Definimos un nuevo modelo de cambio de creencias, inspirado en el modelo AGM, pero haciendo hincapié en las críticas formuladas en II.A. El resultado es una teoría de cambio de creencias cuya función de revisión no privilegia el *nuevo conocimiento*, sino que este es "revisado" a la luz del *viejo conocimiento.* Un resultado interesante es que el modelo AGM pasa a ser un caso particular de revisión mutua.

V AGRADECIMIENTOS.

Agradecemos a R. Rodriguez y M. Coniglio, integrantes del grupo *GIDIA* por su aporte en la corrección de este trabajo. A L. Barnator por su colaboración, y especialmente a C. Alchourrón y a R. Carnota por sus valiosos aportes.

VI BIBLIOGRAFIA.

[1] Fagin, R.; et al. (1983) "On the semantics of updates in databases", Second ACM SIGACT-SIGMOD. Ney York. 352-365

[2] Gärdenfors, Peter (1988), "Knowledge in flux", Massachusetts Institute of Tecnology.

[3] Alchourrón, Carlos; Makinson, David; (1982) "On the logic of theory change: Contraction function ..." , Theoria 48: 14-37

[4] Alchourrón, Carlos; Makinson, David; (1980) "Hierarchies of regulations and their logic", New Studies in Deontic Logic,

R.Hilpinen, ed. Dordrecht: Reidel, 123-148.

[5] Alchourrón, Carlos; Makinson, David; (1985) "On the logic of theory change: Safe contraction", Studia Logica 44, 405-422

[6] Gärdenfors, Peter (1990) "The dynamics of belief system: Foundations vs. coherence theories.", Reveu Trimestrielle 172.

[7] Grove, Adams (1986). "Two modelling for Theory Change.", Auckland Philosophy Paper 13

[8] Nebel, Bernhard (....) "A Knowledge Level Analysis of Belief Revision". Technical University of Berlin.

[9] Gärdenfors, Peter; Makinson, David (1988) "Revision of knowledge system using epistemic entrechment", Proceding of the Second Conference on Theorical Aspect of Reasoning About Knowledge, Morgan Kaufmann Publ., Los Altos.

[10] Mendelzon, Alberto; Katsuno, Hirofumi (1990) "Propositional Knowledge Base Revision and Minimal Change". Un.of Toronto.

[11] Dalal, Mukesh (1989) "Investigation into a theorie of knowledge base revision: Preliminary Report." Rutgers University.

[12] Fuhrman, Morreau [eds.] "The logic of theory change". Workshop, Ronstan, FRG (1989). Recopilación.

[13] Fermé, Eduardo [1992] "Actualización de Bases de Conocimiento usando Teorías de Cambio de Creencia" III Ibereamia '92. Cuba.

[14] Coniglio Marcelo, González Osvaldo [1991] "Revisión de Creencias". Curso GIDIA Universidad de Buenos Aires.

[15] Mendelzon Alberto, Katsuno Hirofumi [1990] "On the Difference Between Updating ..." University of Toronto.

[16] Kvitca, Adolfo.[1990] "Integrating Tableaux and Resolution Methods". Internal Report GIDIA

[17] González Osvaldo, Fermé Eduardo. "Construcción de algoritmos computables usando Revisión Mutua". Int.Report GIDIA.